INSTITUTO DE FÍSICA
Universidade Federal Fluminense

Transições de fases e fenômenos críticos - PG 01/2016

Prof. Jürgen F. Stilck

2^a Lista de Exercícios
Entrega dia 27/04/16

1) Determine, se possivel, o expoente crítico para as seguintes funções, quando $t \to 0$:
a) $f(t) = At^{1/2} + Bt^{1/4} + Ct$;
b) $f(t) = At^{-2/3}(t + B)^{2/3}$;
c) $f(t) = at^2 e^{-t}$;
d) $f(t) = At^2 e^{1/t}$;
e) $f(t) = a \ln[\exp(1/t^4) - 1]$.

2) Mostre que as funções abaixo têm um expoente crítico nulo quando $t \to 0$:
a) $f(t) = A \ln|t| + B$;
b) $f(t) = A - Bt^{1/2}$;
c) $f(t) = 1, t < 0$; $f(t) = 2, t > 0$;
d) $f(t) = A(t^2 + B)^{1/2}(\ln|t|)$;
e) $f(t) = At \ln|t| + B$.

3) Mostre que a matriz de transferência para o modelo de Ising unidimensional com interação entre primeiros e segundos vizinhos

$$\mathcal{H} = -J_1 \sum_{i=1}^{N} s_i s_{i+1} - J_2 \sum_{i=1}^{N} s_i s_{i+2},$$

onde $s_i = \pm 1$ e as condições de contorno são periódicas, pode ser escrita em termos de $x = e^{\beta J_1}$ e $y = e^{\beta J_2}$ como

$$\begin{pmatrix} x^2y^2 & x^2 & 1 & y^{-2} \\ x^{-2} & x^{-2}y^2 & y^{-2} & 1 \\ 1 & y^{-2} & x^{-2}y^2 & x^{-2} \\ y^{-2} & 1 & x^2 & x^2y^2 \end{pmatrix},$$

onde as colunas são rotulados pelos estados de (s_{i+2}, s_{i+3}), na ordem (1,1), (1,-1), (-1,1) e (-1,-1), as linhas pelos estados de (s_i, s_{i+1}) e dois spins são acrescentados a cada aplicação da matriz. Se apenas um spin for acrescentado, mostre então que a matriz de transferência será

$$\begin{pmatrix} xy & xy^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & x^{-1}y & x^{-1}y^{-1} \\ x^{-1}y^{-1} & x^{-1}y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & xy^{-1} & xy \end{pmatrix},$$

onde as colunas são rotuladas pelos estados de $(s_{i+1}s_{i+2})$ e as linhas pelos de (s_is_{i+1}). Qual a relação entre as duas matrizes?

4) A hamiltoniana para um ferromagneto de Ising com diluição é dada por

$$\mathcal{H} = -J_d \sum_{<i,j>} s_is_jt_it_j - K_d \sum_{<i,j>} t_it_j - D_d \sum_i t_i,$$

onde $s_i = \pm 1$ e $t_i = 0, 1$ explicita a ausência ou a presença de um spin no sitio i. Descubra uma transformação que prove a eqüivalência deste modelo ao modelo de Ising de spin 1, definido pelo hamiltoniano

$$\mathcal{H} = -J \sum_{<i,j>} s_is_j - K \sum_{<i,j>} s_i^2s_j^2 - D \sum_i s_i^2,$$

onde agora $s_i = 0, \pm 1$.